

Electronic scientific magazine. «Social aspects of health of the population». – 2011. – No. 1 (17).

3. Лисицин Ю.П. Определение понятий «болезнь», «здоровье» / Ю.П. Лисицин, Н.В. Полунина, К.А. Отдельнова // Социальная гигиена (медицина) и организация здравоохранения. – М., 1999. – С.30-45.

Lisitsyn Yu.P. Definition of the concepts «illness», «health» / Yu.P.Lisitsin, N.V.Polunina, K.A. Otdelnova//Social hygiene (medicine) and health care organization. – М, 1999. – Р. 30-45.

4. Назарова И.Б. Причины изменения в состоянии здоровья жителей России за годы ре-

форм (субъективные оценки) / И.Б. Назарова // Здравоохран. Рос. Федерации. – 2006. – №2. – С.25-27.

Nazarova I.B. Reason of change in a state of health of inhabitants of Russia for years of reforms (value judgment) / I.B. Nazarova // Zdrav. Ros. Fed/ - 2006/ №2. -P.25-27.

ГИГИЕНА, САНИТАРИЯ, ЭПИДЕМИОЛОГИЯ И МЕДИЦИНСКАЯ ЭКОЛОГИЯ

Н.Г. Черкунова

ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ РАСПРОСТРАНЕНИЯ ЭПИДЕМИЙ

УДК 519.218.28(075.9)

Дифференциальное моделирование распространения эпидемий позволило получить временную зависимость числа восприимчивых к болезни, выздоравливающих и инфекционных больных; момента времени, при котором число инфекционных больных максимально.

Ключевые слова: дифференциальная модель, скорость изменения числа инфекционных больных, скорость изменения числа восприимчивых к болезни, скорость изменения числа выздоравливающих.

Differential modeling of epidemics spread has allowed receiving time dependence of number of the susceptible to the disease, the recovering and infectious patients; timing moment, when number of the infectious patients is maximal.

Keywords: differential model, speed of change of number of the infectious patients, speed of change of number of the susceptible to disease, speed of change of number of the recovering.

Введение. Дифференциальные уравнения получают в том случае, когда различные состояния изучаемого процесса или явления удается описать аналитически зависимостью между некоторыми параметрами и их производными или дифференциалами.

Дифференциальное уравнение, полученное в результате исследования какого-либо реального явления или процесса, называется дифференциальной моделью этого явления или процесса. Дифференциальные модели – это частный случай того множества математических моделей, которые могут быть построены при изучении окружающего нас мира. При этом существуют и различные типы самих дифференциальных моделей.

В моделях, которые описываются обыкновенными дифференциальными уравнениями, как правило, неизвестная функция зависит только от одной переменной.

В процессе построения обыкновенных дифференциальных моделей важно знать законы той области науки, с которой связана природа изучаемой задачи. На практике чаще всего приходится иметь дело с такими случаями, когда неизвестны законы, позволяющие составить дифференциальные уравнения. В этих случаях необходимо прибегать к различным предположени-

ям (гипотезам), касающимся протекания процесса при малых изменениях параметров-переменных.

Настоящая работа посвящена дифференциальному моделированию распространения эпидемий. Эта тема является актуальной, поскольку периодически возникающие во всем мире эпидемии инфекционных заболеваний уносят большое число жизней. Поэтому важным вопросом является нахождение временной зависимости параметров, характеризующих распространение инфекционных заболеваний.

В данной работе рассмотрено нахождение закона изменения числа восприимчивых к болезни и инфекционных больных, числа здоровых и обладающих иммунитетом к данной болезни, в зависимости от времени; момента времени, при котором число инфекционных больных будет максимальным [1].

Нахождение параметров модели

Рассмотрим выборку из n человек:

$$n = x(t) + y(t) + z(t),$$

где $x(t)$ – количество инфекционных больных, которые сами больны и являются источником распространения болезни в момент времени t ; $y(t)$ – количество восприимчивых к данной болезни, но здоровых в момент времени t ; $z(t)$ – количество здоровых и обладающих иммунитетом к данной болезни в момент времени t .

Так как неизвестны законы, позволяющие составить уравнения рассматриваемого процесса, необходимо

выдвинуть различные предположения (гипотезы), касающиеся его протекания при малых изменениях переменных.

Предположим, что если $x(t)$ превосходит некоторое пороговое значение X , т.е. $x(t) > X$, то скорость изменения восприимчивых к болезни dy/dt пропорциональна их количеству $y(t)$:

$$\frac{dy}{dt} = -ay, \quad (1)$$

тогда скорости изменения инфицированных dx/dt и здоровых dz/dt будут равны

$$\frac{dx}{dt} = ay - bx, \quad (2)$$

$$\frac{dz}{dt} = bx, \quad (3)$$

где ay , bx – число вновь заболевших и выздоравливающих; a , b – коэффициенты заболеваемости и выздоровления.

Если $x(t) \leq X$, то $\frac{dy}{dt} = 0$ и заражения болезнью со временем не будет происходить, т.к. большинство инфекционных больных находится в изоляции [2,3].

Пусть коэффициенты заболеваемости и выздоровления различны, т.е. $a \neq b$.

Предположим, что в начальный момент времени ($t=0$) $y(t) = y(0)$, $x(t) = x(0)$, $z(t) = z(0)$.

Рассмотрим случай, когда $x(0) > X$, так как $x(t)$ непрерывная функция, то найдется интервал $[0; t_{кр})$, в котором $x(t) > X$. В момент времени $t_{кр}$ зараемость восприимчивых к болезни пре-

кращается, т.е. эпидемия прекращается.

В уравнении (1), разделяя переменные

$$\frac{dy}{y} = -adt,$$

и интегрируя, получаем $\ln|y| = -at + c$, откуда находим

$$y(t) = e^c \cdot e^{-at}.$$

С учетом начальных условий получаем искомый закон изменения числа восприимчивых к болезни в зависимости от времени

$$y(t) = y(0) \cdot e^{-at}. \quad (4)$$

Подставляя найденное y в уравнение (2), получаем линейное дифференциальное уравнение 1-го порядка

$$x + bx = ay(0) \cdot e^{-at}.$$

Заменяя $x(t)$ произведением двух вспомогательных функций $x(t) = uv$, получаем систему уравнений

$$\begin{cases} v' + bx = ay(0) \cdot e^{-at}, \\ u'v = ay(0) \cdot e^{-at}. \end{cases}$$

Разделяя переменные в 1-м уравнении системы

$$\frac{dv}{v} = -bdt,$$

и интегрируя полученное выражение, находим вспомогательную функцию

$$v = e^{-bt}.$$

Подставляя найденное значение во 2-е уравнение системы, разделяя переменные и интегрируя, получаем вспомогательную функцию u

$$u = \frac{ay(0)}{b-a} e^{(b-a)t} + c_1.$$

С учетом начальных условий (при $t=0$, $x(t)=x(0)$), получаем искомый закон изменения числа инфекционных больных в зависимости от времени

$$x(t) = \frac{ay(0)}{b-a} (e^{(b-a)t} - e^{-bt}) + x(0) e^{-bt}. \quad (5)$$

Количество здоровых в момент времени t определяется из формулы

$$z(t) = n - x(t) - y(t). \quad (6)$$

Найдем момент времени $t_{\max}$, при котором число инфекционных больных будет максимальным.

Дифференцируя уравнение (5), получаем уравнение

$$\frac{ay(0)}{b-a} (be^{-bt} - ae^{-at}) - bx(0) e^{-bt} = 0,$$

решая которое находим искомое $t_{\max}$:

$$t_{\max} = \frac{\ln(aby(0) - b^2x(0) + abx(0)) - \ln a^2y(0)}{b-a}. \quad (7)$$

Литература

1. Амеликин В.В. Математические модели и дифференциальные уравнения: учебник / В.В. Амеликин, А.П. Садовский. – Минск: Высшая школа, 1982. – 212с.
2. Амеликин В.В. Дифференциальные уравнения в приложениях: учебник / В.В. Амеликин. – М.: Наука, 1987. – 160 с.
3. Braun M. Differential equation models / M. Braun. – New York: Springer, 1983. – 380p.

С.Г. Никитина, С.С. Слепцова, Р.Г. Саввин, С.И. Семенов, Н.Н. Тихонова, В.Г. Кривошапкин

ХРОНИЧЕСКИЙ ВИРУСНЫЙ ГЕПАТИТ С В РЕСПУБЛИКЕ САХА (ЯКУТИЯ)

УДК 578.891(571.56)

Представлен анализ данных официальной регистрации органами Роспотребнадзора острых и хронических форм вирусного гепатита С в РФ и в РС(Я). По данным отделения вирусных гепатитов ГБУ РС(Я) «Якутская городская клиническая больница» за 2007 – 2011 гг. проведен анализ 872 больных с диагнозом вирусный гепатит С. Определены соотношения различных форм вирусных гепатитов С, их распределение по возрастам, гендерным признакам и по стадиям болезни.

Ключевые слова: хронический вирусный гепатит С, цирроз печени, HCV-инфекция.

The data of the official registration by Rospotrebnadzor of acute and chronic hepatitis C virus infections in the Russian Federation and Republic Sakha (Yakutia) are presented. According to the data of «Yakutsk City Hospital» department of viral hepatitis for 2007 – 2011 872 patients diagnosed with hepatitis C were analyzed. The ratio of the various forms of viral hepatitis C, their distribution by age, gender and by stage of disease were determined.

Keywords: chronic hepatitis C, liver cirrhosis, HCV-infection.

Введение. В настоящее время в Российской Федерации, как и в большинстве стран, отмечается неблагоприятная эпидемиологическая ситуация по парентеральным вирусным гепатитам [1,6]. Ожидается, что в

2015-2020 гг. численность инфицированных людей во всем мире удвоится [5,6]. По оценкам экспертов, 1,4-2,4% граждан Российской Федерации инфицированы вирусом гепатита С (ВГС) и большинство из них уже имеют хроническую форму болезни [2,3]. Для хронического гепатита С (ХГС) характерно прогрессирующее течение, приводящее к формированию цирроза печени (до 30%), первичной гепатоклеточной карциномы (до 15%) и внепеченочным проявлениям (до 74%) [6].

Цель исследования: анализ распространенности и показателей заболеваемости вирусными гепатитами С в Республике Саха (Якутия).

Материалы и методы исследования. Для сравнительной оценки динамики показателей заболеваемости

различными формами вирусного гепатита С с 1999 по 2010 г. в РФ и в РС(Я) использованы данные официальной регистрации органами Роспотребнадзора (руководитель Управления федеральной службы по надзору в сфере защиты прав потребителей и благополучия человека по РС(Я) Игнатьева М.Е.). Анализ госпитализированной заболеваемости различными формами вирусного гепатита С проведен по данным отделения вирусных гепатитов ГБУ РС(Я) ЯГКБ за период с 2007 по 2011 г. (зав. гепатитным отделением Тихонова Н.Н.).

Результаты и обсуждение. По данным Роспотребнадзора, заболеваемость острыми вирусными гепатитами С в РФ достигала максимального значения в 1999 г. и составила 41,9 на

НИИЗ СВФУ им. М.К. Аммосова: **НИКИТИНА Светлана Георгиевна** – м.н.с., svetlana_nik77@mail.ru, **СЛЕПЦОВА Снежана Спиридоновна** – к.м.н., гл. внештат. инфекционист МЗ РС(Я), ssslepsova@yandex.ru, **САВВИН Реворий Григорьевич** – к.м.н., с.н.с., руковод. группы, **СЕМЕНОВ Сергей Иннокентьевич** – д.м.н., вед.н.с., insemenov@yandex.ru; **ТИХОНОВА Надежда Николаевна** – зав. отд. ГБУ РС(Я) ЯГКБ; **КРИВОШАПКИН Вадим Григорьевич** – д.м.н., проф., директор института.